

Termodinâmica - 2/2013

LISTA 2

1. Imagine um cilindro fechado por um pistão móvel com volume inicial de 1 litro e contendo hélio, que exerce uma pressão de 1 atm sobre suas paredes. De alguma forma fazemos com que o hélio se expanda até um volume final de 3 litros de modo que sua pressão cresça em proporção direta ao seu volume.

(a) Represente este processo num gráfico de pressão em função do volume. Que hipótese é necessário fazer para que tal representação seja possível?

(b) Calcule o trabalho feito sobre o gás neste processo, supondo que o trabalho de compressão-expansão seja o único feito sobre o gás.

(c) Calcule a variação de energia sofrida pelo gás neste processo. Explicita a hipótese que permite esta cálculo.

(d) Calcule a quantidade de calor injetada ou removida no sistema durante este processo. Formule este enunciado sem usar a palavra "calor".

(e) Descreva como você poderia realizar este processo na prática.

2. Um gás ideal diatômico, contido num cilindro fechado por um pistão móvel, realiza, a partir de um estado caracterizado pela pressão p_1 e volume V_1 , o processo cíclico quasi-estático descrito a seguir: (i) uma transformação isovolumétrica até que sua pressão aumente até o valor p_2 (trecho A); (ii) uma transformação isobárica até que seu volume aumente até o valor V_2 (trecho B); (iii) uma transformação isovolumétrica até que sua pressão retorne ao valor p_1 (trecho C); (iv) uma transformação isobárica de volta ao estado inicial do ciclo (trecho D). Suponha que a região de temperaturas na qual este processo se dá seja tal que os graus de liberdade rotacionais estejam ativos, mas os graus vibracionais permaneçam congelados. Suponha também que o único tipo de trabalho feito sobre o sistema seja de compressão-expansão.

(a) Represente este processo cíclico num diagrama de Clapeyron.

(b) Para cada um dos trechos deste ciclo calcule o trabalho feito sobre o gás, o calor injetado e a variação de energia sofrida pelo sistema. Exprima todas as suas respostas em termos dos valores de pressão e volume citados no enunciado.

(c) Calcule o trabalho total e o calor total injetado e a variação de energia interna no sistema ao longo do ciclo completo. Os resultados são os que você esperava? Explique sucintamente.

3. Num motor Diesel, ar atmosférico é rapidamente comprimido até cerca de $1/20$ de seu volume inicial. Estime a temperatura do ar depois de comprimido e explique porque um motor Diesel não precisa de velas.

4. A aplicação das leis de Newton as oscilações de um meio contínuo mostra que a velocidade das ondas sonoras neste meio é dada por

$$c_s = \sqrt{\frac{B}{\rho}},$$

onde ρ é a densidade do meio (massa por unidade de volume) e B é seu módulo de compressão (*bulk modulus*), uma medida da rigidez deste meio. Mais precisamente, se imaginarmos a aplicação de um aumento de pressão Δp a uma amostra do material e se este aumento resultar numa variação (negativa) de seu volume ΔV , B é definido como a razão entre o aumento de pressão e o módulo

da variação relativa de volume,

$$B \equiv \frac{\Delta p}{-\Delta V/V}.$$

Esta definição é, no entanto, ambígua, já que não especifica se a compressão é adiabática, isotérmica ou se segue outro processo.

(a) Calcule a compressibilidade de um gás ideal em termos da pressão p , para processos adiabático e isotérmico.

(b) Justifique porque devemos usar a compressibilidade adiabática para calcular a velocidade do som.

(c) Deduza uma expressão para a velocidade do som num gás ideal em termos de sua temperatura e massa molecular média. Compare seu resultado com a fórmula que obtivemos para a velocidade quadrática média das moléculas do gás e comente. Calcule o valor da velocidade do som neste gás a temperatura ambiente e pressão atmosférica.

(d) Um conjunto de flautas vai tocar numa cidade a grande altitude. Você acha que esta altitude pode afetar a velocidade do som - e portanto as frequências emitidas pelos instrumentos? Para mais ou para menos?

5. No problema 5 da lista 1 você calculou a pressão na atmosfera terrestre em função da altitude, supondo a temperatura constante. Na realidade, no entanto, a temperatura dos 10-15 km mais baixos da atmosfera, região chamada de troposfera, decresce com o aumento da altitude por causa do efeito de aquecimento das camadas mais baixas devido ao solo, que é aquecido pela absorção da radiação solar. Se o gradiente de temperatura $\left| \frac{dT}{dz} \right|$ exceder um certo valor crítico, começa a ocorrer o fenômeno da convecção: ar quente de baixa densidade sobe enquanto ar frio de alta densidade desce. A diminuição da pressão com a altitude faz com que a massa de ar quente que sobe se expanda adiabaticamente e, por isso, se esfrie. A condição para que a convecção ocorra é que a massa de ar que sobe continue mais quente que o ar que a circunda, apesar deste resfriamento adiabático.

(a) Mostre que numa expansão adiabática de um gás ideal, a pressão e a temperatura ficam relacionadas pela equação diferencial

$$\frac{dT}{dp} = \frac{2}{f+2} \frac{T}{p}.$$

(b) Suponha que dT/dz tenha exatamente o valor crítico necessário para que a convecção se inicie, de modo que as forças verticais sobre a massa de ar ascendente estejam sempre aproximadamente em equilíbrio. Use o resultado do item (b) do problema 5 da lista 1 para encontrar uma expressão para dT/dz neste caso. O resultado deve ser uma constante, independente de pressão e temperatura, cujo valor numérico é aproximadamente $-10^\circ\text{C}/\text{km}$. Esta quantidade, fundamental para a meteorologia, é conhecida como gradiente adiabático seco (*dry adiabatic lapse rate*).

6. A medida da capacidade térmica de sólidos e líquidos é geralmente feita a pressão constante, e não a volume constante. Para entender porque, estime a pressão necessária para manter o volume constante enquanto a temperatura cresce seguindo o roteiro abaixo.

(a) Comece por considerar um pequeno aumento da temperatura do material a pressão constante. Escreva a variação de volume dV_1 em termos de dT e do coeficiente de expansão térmico β definido no problema 2 da lista 1.

(b) Considere agora uma pequena compressão do material, mantendo a temperatura fixa. Escreva a variação de volume dV_2 neste processo, em termos de dp e da **compressibilidade isotérmica**

κ_T definida por

$$\kappa_T \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T.$$

(Esta quantidade é a inversa do módulo de compressão definido no problema 4 acima.)

(c) Para terminar, considere que você comprima o material na parte (b) de forma a contrabalançar exatamente a expansão do item (a). Neste caso, a razão entre dp e dT é exatamente $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$, já que não há variação líquida de volume. Exprima esta derivada em termos de β e κ_T . Em seguida, exprima-a em termos mais abstratos, substituindo estas duas grandezas pelas derivadas parciais que as definem. Você deve obter no final a expressão

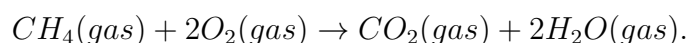
$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = -\frac{(\partial V/\partial T)_p}{(\partial V/\partial p)_T}.$$

Este resultado é na verdade uma relação puramente matemática, verdadeira sempre para três quantidades para as quais duas delas determinam a terceira.

(d) Determine β , κ_T e $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ para um gás ideal e verifique que elas obedecem a identidade obtida em (c).

(e) Para a água a 25°C , $\beta = 2,57 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$ e $\kappa_T = 4,52 \times 10^{-10} \text{Pa}^{-1}$. Suponha que você aumente a temperatura de uma amostra de água de 20°C a 30°C . Que pressão você deve aplicar para impedir a expansão da amostra? Se você puder escolher, você vai preferir medir a capacidade térmica da água a pressão constante ou a volume constante?

7. Considere a combustão de um mol do gás metano:



O sistema está a temperatura de 298K e pressão de 10^5Pa tanto antes quanto depois da reação.

(a) Considere primeiro o processo de conversão de um mol de metano nos seus constituintes elementares (grafite e gás hidrogênio). Use dados de uma tabela de entalpias de formação disponível na internet (por exemplo, chemistrytable.webs.com/enthalpyentropyandgibbs.htm) para encontrar ΔH para este processo.

(b) Considere agora a formação de um mol de CO_2 gasoso e dois mols de vapor d'água a partir de seus constituintes elementares. Calcule ΔH para este processo.

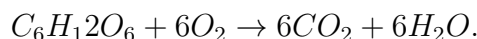
(c) Qual o valor de ΔH para a reação na qual metano e oxigênio formam dióxido de carbono e vapor d'água diretamente? Explique seu raciocínio.

(d) Qual a quantidade de calor liberada nesta reação, supondo que nela não esteja envolvido nenhum trabalho que não seja o de compressão-expansão?

(e) Qual a variação de energia do sistema nesta reação? Qual seria a resposta se o produto da reação fosse água líquida - ao invés de vapor d'água?

(f) O Sol tem uma massa de $2 \times 10^{30} \text{kg}$ e irradia energia a uma taxa de $3,9 \times 10^{26}$ watts. Se a fonte de energia do Sol fosse a combustão de um combustível químico como o metano, estime quanto tempo ele duraria.

8. Use dados da tabela mencionada no problema 7 para determinar ΔH para a combustão de um mol de glicose,



Esta é a reação que sintetiza a maior parte das necessidades de energia em nosso organismo.

9. Uma alpinista de 60kg de massa vai subir uma montanha muito íngreme de 1500m de altitude. (a) Supondo que ela tenha uma eficiência de 25% na conversão de energia química dos alimentos em trabalho mecânico, e que todo trabalho mecânico seja essencialmente usado para subir verticalmente, estime quantas porções de cereal (uma porção aporta 100 kilocalorias) a alpinista deve comer antes de empreender a escalada.

(b) Enquanto a alpinista sobe a montanha, $3/4$ da energia do cereal é convertida em energia térmica. Se não houvesse meio de dissipar esta energia, de quantos graus Celsius subiria a temperatura de seu corpo?

(c) Na verdade, esta energia extra não aquece o corpo da alpinista de modo significativo. Ao invés disso, ela vai, em sua maior parte, contribuir para a evaporação de suor da sua pele. Estime quantos litros de água ela deve beber durante a subida para substituir a quantidade de fluido perdido por evaporação. (A 25°C , uma estimativa razoável para a temperatura ambiente, o calor latente de vaporização da água é 580cal/g , 8% maior que a 100°C .)

10. A capacidade térmica de um sistema físico é normalmente positiva, mas há uma importante classe de sistemas que é exceção: sistemas de partículas mantidos coesos pela ação gravitacional, tais como estrelas e aglomerados estelares.

(a) Considere um sistema de apenas duas partículas de massas idênticas orbitando em círculos em torno de seu centro de massa. Mostre que a energia potencial gravitacional deste sistema é -2 vezes sua energia cinética total.

(b) A conclusão do item (a) está, na verdade, correta, pelo menos em média, para qualquer sistema de partículas mantido coeso pela atração gravitacional entre elas:

$$\overline{E_{pot}} = -2 \times \overline{K}.$$

As barras sobre os símbolos de energia se referem a médias para o sistema inteiro tomadas sobre tempos suficientemente longos. Este resultado é chamado o teorema do virial. Suponha portanto que você injete uma quantidade de energia no sistema e espere que ele alcance o equilíbrio. A energia cinética total média aumenta ou diminui? Explique!

(c) Uma estrela pode ser modelada como um gás de partículas que interagem umas com as outras apenas gravitacionalmente. De acordo com o teorema da equipartição, a energia cinética média por partícula deste sistema deve ser $3/2kT$, onde T é a temperatura média. Exprima a energia total da estrela em termos de sua temperatura média e calcule sua capacidade térmica. Preste atenção ao sinal!

(d) Use análise dimensional para argumentar que uma estrela de massa M e raio R deve ter uma energia potencial total de $-GM^2/R$, multiplicada por uma constante adimensional de ordem 1.

(e) Estime a temperatura média do Sol, de massa $2 \times 10^{30}\text{kg}$ e raio $7 \times 10^8\text{m}$. Suponha, por simplicidade, que o Sol seja formado apenas por prótons e elétrons.